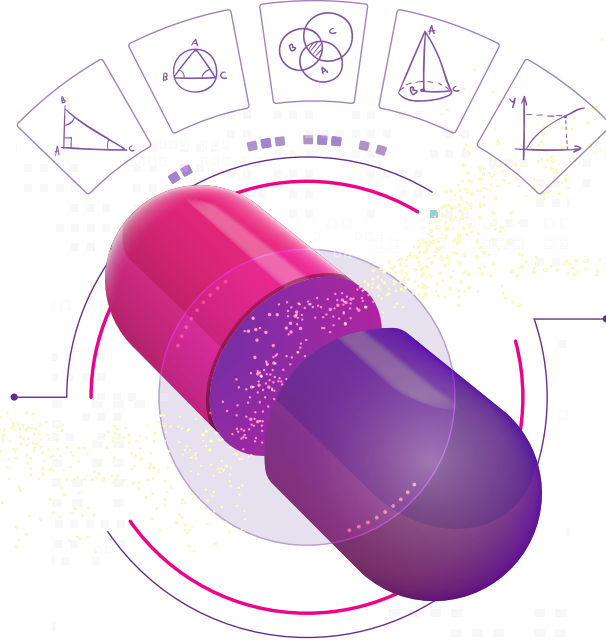


AYT
KONU ANLATIMLI

Baştan Sona İNTEGRAL

Hazal Yavuz

- ✓ Konu Anlatımı
- ✓ Örnek Sorular
- ✓ Uygulama Alanları
- ✓ Kolaydan Zora Testler
- ✓ ÖSYM'nin Yeni Tarzı
- ✓ Full Video Çözümü





uygulama

Belirsiz (Sınırsız) İntegral

İntegral sınırları olmayan ifadeye belirsiz integral denir. Belirsiz integralde "neyin türevi budur?" sorusunu soruyoruz. Türevi $f(x)$ ya da diferansiyeli $f(x)dx$ olan $f(x)$ fonksiyonuna $f(x)$ 'in belirsiz integrali denir.

$$\int f(x)dx = F(x) + c \text{ ile gösterilir.}$$

c ifadesi bir reel sayıdır ve integral sabiti olarak tanımlanır. Belirsiz integral aldığımız her işlemin sonucuna $+c$ olarak yazılır.

Bunun sebebi;

$$f(x) = x \text{ olursa } f'(x) = 1$$

$$f(x) = x + 1 \text{ olursa } f'(x) = 1$$

$$f(x) = x - 2 \text{ olursa } f'(x) = 1 \text{ olur.}$$

$$\text{Burada; } \int 1 \cdot dx = x + c \text{ olur.}$$

örnek:

$$\int 2x \, dx = ?$$

$$\int 2x \, dx = x^2 + c \text{ dir.}$$

x^2 'nin türevi $2x$ olduğundan $2x$ 'in integrali $x^2 + c$ 'dir.

$$\int 3x^2 \, dx = ?$$

$$\int 3x^2 \, dx = x^3 + c \text{ dir.}$$

$$1. \int 5dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

$$2. \int 4x^3 \, dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

$$3. \int xdx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

$$4. \int 10x^3 \, dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

1. $5x + c$

2. $x^4 + c$

3. $\frac{x^2}{2} + c$

4. $\frac{10x^4}{4} + c$

x^n biçimindeki ifadelerin integrali; n negatif olursa

$n < 0$ olursa x^n ifadesi polinom belirtmez ancak bu ifadelerin integralleri sorulabilir.

Sadece $x^{-1} = \frac{1}{x}$ 'in integrali sorulmaz çünkü logaritma'ya giriyor.

Aynı genellemeyi kullanabilirsiniz.

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$$

Örnek:

$$\int \frac{1}{x^2} dx$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

$$\int \frac{1}{x^2} dx = \int x^{-2} dx = \frac{x^{-2+1}}{-2+1} + c = \frac{x^{-1}}{-1} + c = -\frac{1}{x} + c$$

bulunur.

Örnek:

$$\int \frac{1}{x^{10}} dx$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

$$\int \frac{1}{x^{10}} dx = \int x^{-10} dx = \frac{x^{-9}}{-9} + c = -\frac{1}{9x^9} + c \text{ bulunur.}$$

Örnek:

$$\int \frac{7}{x^8} dx$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

$$\int \frac{7}{x^8} dx = \int 7 \cdot x^{-8} dx = \frac{7 \cdot x^{-7}}{-7} + c = -\frac{1}{x^7} + c \text{ bulunur.}$$

Integral



Uygulama

1. $\int \frac{1}{x^3} dx$

ifadesinin eşitini bulunuz.

2. $\int \frac{1}{x^{2019}} dx$

ifadesinin eşitini bulunuz.

3. $\int \frac{17}{x^{18}} dx$

ifadesinin eşitini bulunuz.

4. $\int \frac{1}{6 \cdot x^6} dx$

ifadesinin eşitini bulunuz.

1. $-\frac{1}{2x^2} + c$ 2. $-\frac{1}{2018x^{2018}} + c$ 3. $-\frac{1}{x^{17}} + c$ 4. $-\frac{1}{30x^5}$



Örnek:

$$\int f^{10}(x) \cdot f'(x) dx$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

$u = f(x)$ alırsak,

$$du = f'(x) dx$$

$$\int f^{10}(x) \cdot f'(x) dx = \int u^{10} du$$

$$= \frac{u^{11}}{11} + c$$

$$= \frac{f^{11}(x)}{11} + c$$

Örnek:

$$\int f'(x) \cdot f''(x) dx$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

$u = f'(x)$ dersek,

$$du = f''(x) dx$$

$$\int f'(x) \cdot f''(x) \cdot dx = \int u du$$

$$= \frac{u^2}{2} + c = \frac{(f'(x))^2}{2} + c$$

Örnek:

$f'(x)$, $f(x)$ fonksiyonun türevi olmak üzere,

$$\int f'(x^2 - 2) \cdot 2x dx$$

ifadesinin eşitini bulunuz.

$u = x^2 - 2$ dersek,

$$du = 2x dx$$

$$\int f'(x^2 - 2) 2x dx = \int f'(u) du$$

$$= \int \frac{df(u)}{du} \cdot du = f(u) + c$$

$$= f(x^2 - 2) + c$$

1. $\int 5f^7(x) \cdot f'(x) dx$

ifadesinin eşitini bulunuz.

2. $\int (f'(x))^3 \cdot f''(x) dx$

ifadesinin eşitini bulunuz.

3. $\int f'(x^3 + 5) \cdot x^2 \cdot f'(x^3 + 5) dx$

ifadesinin eşitini bulunuz.

1. $\frac{5f^8(x)}{8} + c$

2. $\frac{(f'(x))^4}{4} + c$

3. $\frac{(f'(x^3 + 5))^2}{6} + c$



İNTEGRAL I / Çıracılık Testi

1. I. $y = 5x \Rightarrow dy = 5dx$
II. $y = x^3 \Rightarrow dy = x^2 \cdot dx$
III. $t = x^2 + 5 \Rightarrow dt = 2x dx$
IV. $u^2 = x^4 + x^2 \Rightarrow du = (4x^3 + 2x) dx$
V. $t^3 = x^2 + x \Rightarrow 3t^2 \cdot dt = (2x + 1) dx$

Yukarıda diferansiyelleri alınmış ifadelerin kaç tanesi doğrudur?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $\frac{d}{dx} \int (x^2 + 5) dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $2x$ B) $2x + 5$ C) $2x + c$
D) $x^2 + 5$ E) $x^2 + c$

3. $\int \frac{d}{dx} (x^5 + 4x^2) dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^5 + 4x^2 + c$ B) $5x^4 + 8x$ C) $5x^4 + 8x + c$
D) $x^5 + 4x^2$ E) $x^5 + c$

4. $f(x) = \int (x^3 + 4x) dx$

olmak üzere $f(x)$ fonksiyonun $x = 1$ apsisli noktasından geçen teğetinin eğimi kaçtır?

- A) 7 B) 5 C) 4 D) 3 E) 2

5. $f(x) = \int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} + 2\sqrt{x} \right) dx$

olmak üzere $f'(4)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 2 C) $\frac{7}{2}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

6. $\int x \cdot f(x) dx = x^3 + 5$

olduğuna göre $f(x)$ fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 + 5$ B) $3x^2$ C) $3x$
D) $x^2 + \frac{5}{x}$ E) $3x + c$

İNTEGRAL I / Çıracılık Testi

7. $f(x) = 2x + 3x^2$

olmak üzere $\int f(x) dx$ aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^2 + 3x^3 + c$ B) $x^3 + x^2 + c$
C) $2x + 3x^2 + c$ D) $2 + 6x + c$
E) $\frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + c$

8. $\int \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\sqrt{x} + c$ B) $-2\sqrt{x} + c$ C) $2\sqrt{x} + c$
D) $\sqrt{x} + c$ E) $\frac{\sqrt{x}}{2} + c$

9. $\int \left(\frac{1}{x^5} + 1 \right) dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{4x^4} + x + c$ B) $\frac{4}{x^4} + x + c$
C) $-\frac{1}{4x^4} + x + c$ D) $-\frac{4}{x^4} + x + c$
E) $-\frac{1}{4x^4} - x + c$

10. $\int (x+1)^3 dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3(x+1)^2 + c$ B) $(x+1)^3 + c$
C) $\frac{(x+1)^3}{3} + c$ D) $\frac{(x+1)^4}{3} + c$
E) $\frac{(x+1)^4}{4} + c$

11. $\int \frac{1}{2\sqrt{x-2}} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{x-2} + c$ B) $2\sqrt{x-2} + c$
C) $\sqrt[3]{(x-2)^2} + c$ D) $\frac{1}{\sqrt{x-2}} + c$
E) $2\sqrt{x+2} + c$

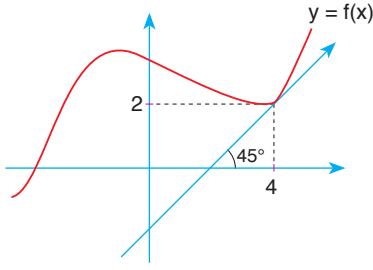
12. $\int \frac{1}{(x+5)^2} dx$

ifadesinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $-\frac{3}{(x+5)^3} + c$ B) $-\frac{1}{3(x+5)^3} + c$
C) $\frac{1}{x+5} + c$ D) $-\frac{1}{x+5} + c$
E) $-\frac{1}{x-5} + c$

İNTEGRAL I / Dört Dörtlük

1.



Yukarıda grafiği verilen $f(x)$ eğrisine $x = 4$ apsisli noktadan d doğrusu teğettir.

$$f''(x) = 3x + 2$$

olduğuna göre $f(0)$ değeri kaçtır?

- A) 124 B) 78 C) 32
D) -32 E) -78

2.

$$\int \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[5]{x+1}} dx$$

integralinde $u = \sqrt[30]{x+1}$ dönüşümü yapılırsa oluşacak integral aşağıdakilerden hangisi olur?

- A) $\int (u^7 + u^4) du$ B) $\int (30u^{45} - 30u^{40}) du$
C) $\int (30u^{45} + 30u^{40}) du$ D) $\int (30u^{39} - 30u^{34}) du$
E) $\int (30u^{38} + 30u^{33}) du$

3. f ve g türevlenebilir fonksiyonlar olmak üzere,

$$f(x) = \int g'(x+1) \cdot (x^3 + 2) dx + \int 3x^2 g(x+1) dx$$

ve $f(0) = 10$, $g(1) = 3$ dir.

$f(3) = 62$ olduğuna göre $g(4)$ kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

4.

$$g(x) = \int \frac{f'(2x+4)}{f^3(2x+4)} dx \text{ ve } g(0) = 4 \text{ } f(4) = \frac{1}{2} \text{ dir.}$$

$f(14) = \frac{1}{8}$ ise $g(5)$ kaçtır?

- A) -16 B) -11 C) 5
D) 11 E) 16



uygulama

Belirli İntegral

$\int_a^b f(x) dx$ biçimindeki integrallere belirli integral diyoruz.

Burada a alt sınır, b üst sınırdır. Belirli integralde, integral sabiti kullanılmaz ve sonuç daima reel sayı çıkar.



$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

işlemlerle sonuç bulunur.

örnek

$$\int_1^2 5 dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

$$\int_1^2 5 \cdot dx = 5x \Big|_1^2 = 5 \cdot 2 - 5 \cdot 1 = 5$$

örnek

$$\int_0^3 x^2 dx$$

integralinin sonucunu bulunuz.

$$\begin{aligned} \int_0^3 x^2 dx &= \frac{x^3}{3} \Big|_0^3 \\ &= \frac{3^3}{3} - 0 = 9 \end{aligned}$$



Belirli integralde, integral alındıktan sonra daima önce üst sınır yerine konur daha sonra alt sınır yerine konulup çıkarılır.

1. $\int_0^1 x^{10} dx$

integralinin sonucunu bulunuz.

2. $\int_{-1}^1 x^4 dx$

integralinin sonucunu bulunuz.

3. $\int_3^5 9 dx$

integralinin sonucunu bulunuz.

4. $\int_{-5}^5 x^7 dx$

integralinin sonucunu bulunuz.



uygulama

Belirli İntegralin Özellikleri

Çarpım durumundaki sabit sayı integral dışına çıkabilir.

$$\int_a^b k \cdot f(x) dx = k \int_a^b f(x) dx, (k \in \mathbb{R})$$

örnek:

$\int_0^2 4x dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

$$\begin{aligned} \int_0^2 4x dx &= 4 \int_0^2 x dx = 4 \left. \frac{x^2}{2} \right|_0^2 \\ &= 4 \cdot \frac{2^2}{2} - 0 \\ &= 8 \end{aligned}$$

örnek:

$\int_1^{25} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ eşitliğini kullanabiliriz.

$$\begin{aligned} \int_1^{25} \frac{1}{2\sqrt{x}} dx &= \sqrt{x} \Big|_1^{25} \\ &= \sqrt{25} - 1 = 4 \end{aligned}$$

örnek:

$\int_{-1}^1 -\frac{6}{x^7} dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 -\frac{6}{x^7} dx &= -6 \int_{-1}^1 \frac{1}{x^7} dx \\ &= -6 \left. \frac{x^{-6}}{-6} \right|_{-1}^1 \\ &= 1^{-6} - (-1)^{-6} = 0 \end{aligned}$$

1. $\int_0^9 -\frac{1}{4\sqrt{x}} dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

2. $\int_1^2 4x^3 dx$ integralinin sonucunu bulunuz.

3. $\int_{-1}^1 \frac{5}{x^6} dx$ integralinin sonucunu bulunuz.



Örnek:

$$f(x) = \begin{cases} 4x - 3x^2, & x < -1 \\ 4x^3 - 6x, & x \geq -1 \end{cases}$$

olmak üzere;

a) $\int_{-4}^{-2} f(x) dx$

b) $\int_0^3 f(x) dx$

c) $\int_{-2}^0 f(x) dx$

integrallerinin değerini bulunuz.

a) $(-4, -2)$ aralığında $f(x) = 4x - 3x^2$ olur.

$$\begin{aligned} \int_{-4}^{-2} f(x) dx &= \int_{-4}^{-2} (4x - 3x^2) dx = 2x^2 - x^3 \Big|_{-4}^{-2} \\ &= 2 \cdot 4 + 8 - (2 \cdot 16 + 64) \\ &= 16 - 96 = -80 \end{aligned}$$

b) $(0, 3)$ aralığında $f(x) = 4x^3 - 6x$ olur.

$$\begin{aligned} \int_0^3 f(x) dx &= \int_0^3 (4x^3 - 6x) dx = (x^4 - 3x^2) \Big|_0^3 \\ &= (3^4 - 3 \cdot 3^2) - 0 = 81 - 27 = 54 \end{aligned}$$

c) $x = -1$ kritik nokta olduğundan;

$$\int_{-2}^0 f(x) dx = \int_{-2}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^0 f(x) dx \text{ olarak ayırırız.}$$

$$\begin{aligned} \int_{-2}^{-1} (4x - 3x^2) dx + \int_{-1}^0 (4x^3 - 6x) dx &= (2x^2 - x^3) \Big|_{-2}^{-1} + (x^4 - 3x^2) \Big|_{-1}^0 \\ &= 2 + 1 - (8 + 8) + 0 - (1 - 3) \\ &= 3 - 16 + 2 = -11 \text{ bulunur.} \end{aligned}$$

1. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 1 \\ 4, & x \geq 1 \end{cases}$

olmak üzere;

a) $\int_{-3}^0 f(x) dx$

b) $\int_0^2 f(x) dx$

c) $\int_2^4 f(x) dx$

integrallerin değerini bulunuz.

2. $f(x) = \begin{cases} 4 - 2x, & x < -1 \\ 1 - x^2, & x \geq -1 \end{cases}$

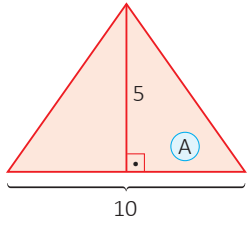
olmak üzere; $\int_{-4}^{-2} f(x) dx + \int_{-2}^4 f(x) dx$ toplamının değerini bulunuz.

1. a) -6
b) 6
c) 8

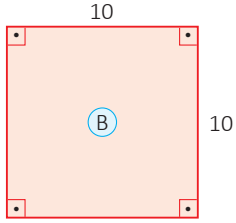
2. $\frac{31}{3}$

Belirli İntegralin Uygulamaları

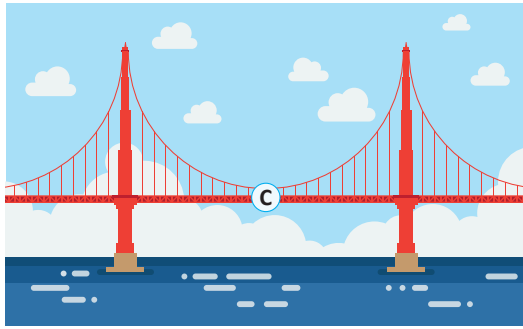
Reimann Toplamları



$$A = \frac{10 \cdot 5}{2} = 25$$



$$B = 10 \cdot 10 = 100$$

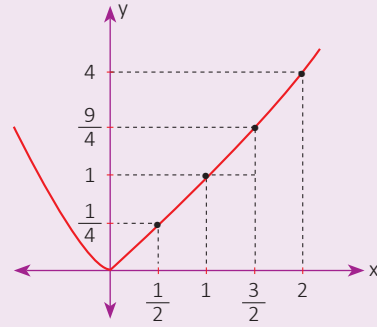


Yukarıda verilen A ve B bölgeleri üçgen ve kare olduğu için bu bölgelerin alanlarını rahatça bulduk. Bu koni, silindir ya da küre olsaydı da bulabilirdik. Ancak C bölgesi düzgün olmayan ya da bildiklerimiz dışındadır. Bunun gibi şekillerin alanlarını bulmak için yeni yöntemlere ihtiyacımız var.

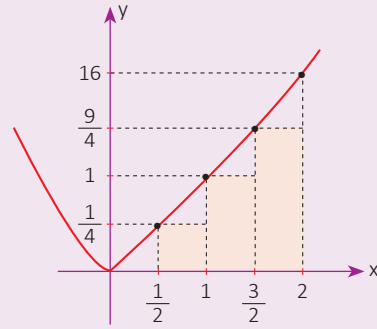
Örneğin C bölgesi bir asmalı köprünün tabyalarını taşıyan halatların oluşturduğu bölgedir ve alanını bildiğimiz yöntemlerle hesaplayamayız. Bunun için Riemann toplamlarını kullanabiliriz ya da integral yardımıyla hesaplayabiliriz. Riemann toplamı, integralde alana giriş için kullanılan bir konudur.

Örnek:

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ olmak üzere $f(x) = x^2$ fonksiyonunun $x = 0$ ve $x = 2$ doğruları ile x eksenini arasındaki alanı 4 eşit parçaya ayırarak alt dikdörtgenler yardımıyla buluruz.



Bu eğri altındaki alanı 4 eşit parçaya bölüp alt dikdörtgenler oluşturursak



Bu bölgelerin alanları toplamı R_A ile gösterirsek;

$$R_A = \frac{9}{4} \cdot \left(2 - \frac{3}{2}\right) + 1 \cdot \left(\frac{3}{2} - 1\right) + \frac{1}{4} \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right)$$

$$R_A = \frac{9}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{9+4+1}{8} = \frac{14}{8} = \frac{7}{4}$$

bulunur.

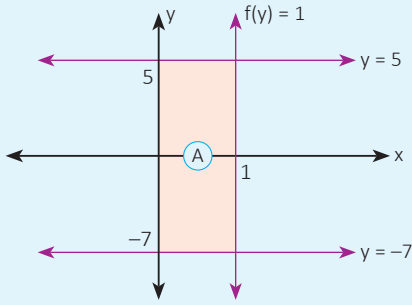


Uygulama

1. $f(y) = y + 3$ doğrusunun $y = 4$ ve $y = 10$ doğruları ile y eksenini arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.

Örnek:

$f(y) = 1$ doğrusunun, $y = -5$ ve $y = 7$ doğruları ile y eksenini arasında kalan bölgenin alanını bulunuz.

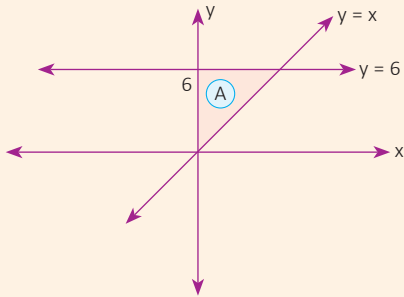


Bu bölgenin alanını veren ifade

$$A = \int_{-7}^5 f(y) dy = \int_{-7}^5 1 dy = y \Big|_{-7}^5 = 5 - (-7) = 12 \text{ bulunur.}$$

Örnek:

$y = x$ doğrusunun, $y = 0$ ve $y = 6$ doğruları ile y eksenini arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.



Bölgenin alanını veren ifade;

$$A = \int_0^6 f(y) dy = \int_0^6 y dy = \frac{y^2}{2} \Big|_0^6 = \frac{6^2}{2} - 0 = 18 \text{ bulunur.}$$

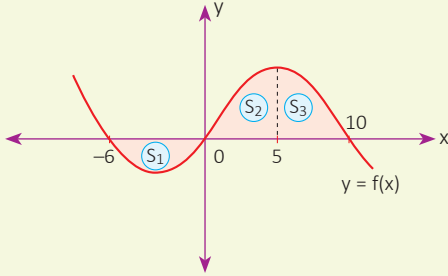
2. $y = -x$ doğrusunun $y = -8$ ve $y = -2$ doğruları ile y eksenini arasında kalan bölgenin alanını hesaplayınız.



Uygulama

Örnek:

Aşağıda verilen grafikte; S_1 , S_2 ve S_3 buldukları bölgenin alanını ifade etmekte ve $S_1 = 20$, $S_2 = 12$, $S_3 = 9$ 'dur.



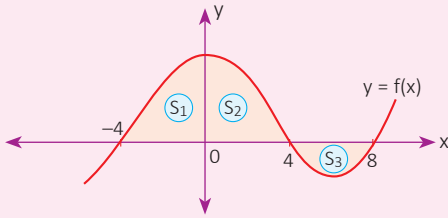
Buna göre; $\int_{-6}^{10} f(x)dx$ integralinin değerini bulunuz.

$$\int_{-6}^{10} f(x)dx = \int_{-6}^0 f(x)dx + \int_0^5 f(x)dx + \int_5^{10} f(x)dx$$

$$= -S_1 + S_2 + S_3 = -20 + 12 + 9 = 1 \text{ bulunur.}$$

Örnek:

Aşağıda verilen grafikte; S_1 , S_2 , $S_3 = 48$ dir.



Buna göre; $\int_{-4}^8 f(x) dx + \int_0^8 f(x) dx$ toplamının değerini bulunuz.

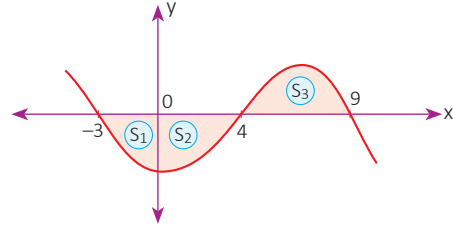
$$\int_{-4}^8 f(x)dx = \int_{-4}^0 f(x)dx + \int_0^4 f(x)dx + \int_4^8 f(x) dx$$

$$= S_1 + S_2 - S_3 = 36 + 18 - 48 = 6$$

$$\int_0^8 f(x)dx = \int_0^4 f(x)dx + \int_4^8 f(x)dx = S_2 - S_1 = 18 - 48 = -30$$

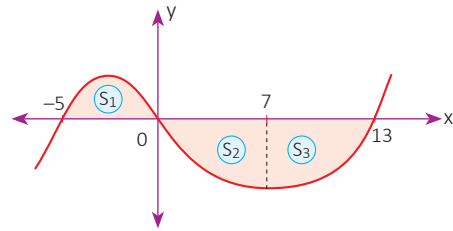
$$\int_{-4}^8 f(x)dx + \int_0^8 f(x)dx = 6 - 30 = -24 \text{ bulunur.}$$

1. Aşağıda verilen grafikte; S_1 , S_2 ve S_3 buldukları bölgenin alanını ifade etmekte ve $S_1 = 18$, $S_2 = 21$, $S_3 = 27$ dir.



Buna göre $\int_{-3}^9 f(x) dx$ integralinin değerini bulunuz.

2. Aşağıda verilen grafikte; S_1 , S_2 ve S_3 buldukları bölgenin alanını ifade etmekte ve $S_1 = 24$, $S_2 = 18$, $S_3 = 24$



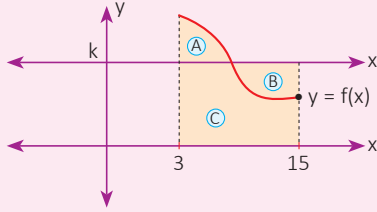
Buna göre $\int_{-5}^{13} f(x)dx + \int_{-5}^0 f(x)dx$ toplamının değerini bulunuz.



uygulama

Örnek

Aşağıdaki grafikte $y = f(x)$ fonksiyonu ve $y = k$ ($k \in \mathbb{R}$) doğrusu verilmiştir.



B bölgesinin alanı A bölgesinin alanından 36 fazladır.

$$\int_1^5 f(3x)dx = 24$$

olduğuna göre $\int_1^2 kdx$ değeri kaçtır?

$$\int_1^5 f(3x)dx \text{ için}$$

$$\frac{du}{3} = dx \quad \begin{array}{ll} x = 1 \text{ için} & u = 3 \\ x = 5 \text{ için} & u = 15 \end{array}$$

$$\int_1^5 \frac{f(u)du}{3} = \int_1^5 f(3x)dx = 24$$

$$A + C = \int_3^{15} f(x) = 24 \cdot 3 = 72$$

$$A + C = 72$$

$$B + C = k \cdot (15 - 3) = 12k$$

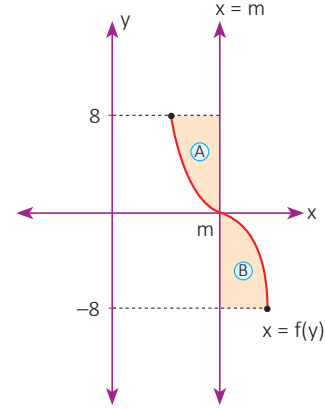
$$B = A + 36 \Rightarrow C + B = C + A + 36$$

$$12k = 72 + 36 = 108$$

$k = 9$ bulunur.

$$\int_1^2 kdx = \int_1^2 9dx = 9x \Big|_1^2 = 9 \cdot 2 - 9 = 9 \text{ bulunur.}$$

1. Aşağıdaki grafikte $x = f(y)$ fonksiyonu ve $x = m$ ($m \in \mathbb{R}$) doğrusu verilmiştir.



Şekilde verilen B bölgesinin alanı A bölgesinin alanına eşittir.

$$\int_{-2}^2 f(4x)dx = 32$$

olduğuna göre $\int_0^2 mx dx$ değeri kaçtır?



İNTEGRAL 2 / Kalfalık Testi

1. $\int_1^2 \frac{x^2 + 1}{(x^3 + 3x)^2} dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{5}{84}$ C) $-\frac{1}{35}$
D) $-\frac{1}{21}$ E) $-\frac{5}{84}$

2. $\int_0^{16} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt[3]{x+1}}{12\sqrt{x+1}} dx$

integralinde $u = \sqrt[12]{x+1}$ dönüşümü yapıldığında oluşacak integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\int_1^{17} 12(u^{16} + u^{14}) du$ B) $\int_0^{\sqrt[12]{17}} (u^{16} + u^{14}) du$
C) $\int_1^{\sqrt[12]{17}} (u^{16} + u^{14}) du$ D) $\int_1^{\sqrt[12]{17}} 12(u^{16} - u^{14}) du$
E) $\int_1^{\sqrt[12]{17}} 12(u^{16} + u^{14}) du$

3. $f'(1) = 4$

$f'(3) = 8$

olmak üzere;

$$\int_1^3 (f'(x) \cdot f''(x) + f'(x) + x \cdot f''(x)) dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 20 B) 24 C) 32 D) 44 E) 48

4. $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, & x < -1 \\ 2x + 4, & -1 \leq x \leq 2 \\ 3x^2 - 4x, & x > 2 \end{cases}$

olmak üzere; $\int_0^4 f(x) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 56 B) 52 C) 48 D) 44 E) 40

5. $f(x) = \begin{cases} 2x + 1, & x < 0 \\ 4x - 4, & x \geq 0 \end{cases}$

olmak üzere; $\int_0^1 f(2x - 1) dx$ integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

6. $\int_{-1}^1 |x^2 + x - 2| dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 3 B) $\frac{10}{3}$ C) $\frac{11}{3}$ D) 4 E) $\frac{13}{3}$

İNTEGRAL 2 / Kalfalık Testi

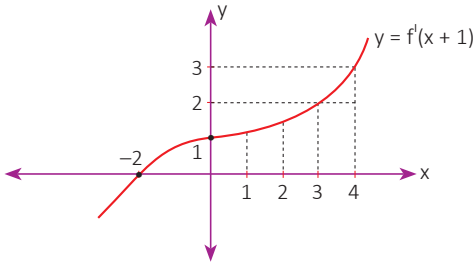
7. $a \neq b$ olmak üzere; $a \cdot b = 5$ ve

$$\int_a^b (3x^2 - 1) dx = \int_a^b 3dx$$

olduğuna göre $a + b$ toplamı kaç farklı değer alır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

- 8.



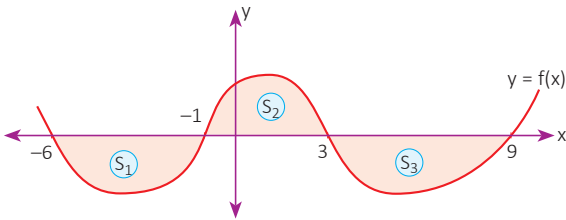
Yukarıda grafiği verilen $y = f'(x + 1)$ fonksiyonu

$$\int_1^5 \frac{f'(x) \cdot 2x - f''(x) \cdot x^2}{(f'(x))^2} dx$$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 6 B) $\frac{19}{3}$ C) $\frac{20}{3}$ D) 7 E) $\frac{22}{3}$

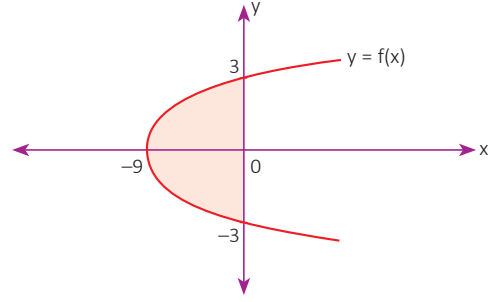
9. Aşağıdaki grafikte $S_1 = 36$, $S_2 = 24$, $S_3 = 48$ 'dir.



Buna göre $\int_{-6}^9 f(x) dx + \int_{-1}^9 |f(x)| dx$ toplamının değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 12 B) 24 C) 48 D) 64 E) 72

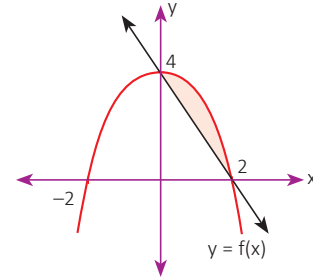
- 10.



Yukarıda verilen grafikte f fonksiyonu ikinci dereceden bir fonksiyon olduğuna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) -36 B) -18 C) 0 D) 18 E) 36

- 11.



Yukarıda verilen grafikte f fonksiyonu ikinci dereceden bir fonksiyon olduğuna göre, taralı bölgenin alanı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) $\frac{4}{3}$ C) 2 D) $\frac{7}{3}$ E) 3

12. $y = 4x^3$ eğrisi ve $y = x$ doğrusu arasında kalan alanlar toplamı aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$



İNTEGRAL / Genel Tekrar Testi - 3

1. $\int x \cdot (x^2 + 1)^{10} \cdot dx$

integralinin değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(x^2 + 1)^{11}}{11} + c$ B) $\frac{(x^2 + 1)^{11}}{22} + c$
C) $\frac{2(x^2 + 1)^{11}}{11} + c$ D) $\frac{x \cdot (x^2 + 1)^{11}}{11} + c$
E) $\frac{x \cdot (x^2 + 1)^{11}}{22} + c$

2. $\int \frac{dx}{4x^2 - 4x + 1}$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1}{2x - 1} + c$ B) $\frac{-1}{4x - 2} + c$
C) $\frac{-2}{2x - 1} + c$ D) $\frac{-1}{4x - 1} + c$
E) $\frac{-1}{2x - 1} + c$

3. $\int \frac{x^3 + 27}{x^5 - 3x^4 + 9x^3} dx$

integralinin eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{-1}{x} - \frac{3}{2x^2} + c$ B) $\frac{1}{x} - \frac{3}{2x^2} + c$
C) $\frac{-1}{x} + \frac{3}{2x^2} + c$ D) $\frac{-1}{x} - \frac{4}{3x^4} + c$
E) $\frac{-1}{x} - \frac{4}{3x^3} + c$

4. $\int \frac{\sqrt{x+1} - 4}{\sqrt[3]{x+1}} \cdot dx$

integralinde $\sqrt[6]{x+1} = u$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int (u^6 - u^3) du$ B) $\int (u^6 - 4u^3) du$
C) $\int (6u^6 - 24u^3) du$ D) $\int (6u^6 - 4) du$
E) $\int (6u^6 + 24u^3) du$

5. $\int \frac{dx}{3x + \sqrt[3]{x}}$

integralinde $x = u^3$ dönüşümü yapılırsa oluşacak integral aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\int \frac{3u}{3u+1} du$ B) $\int \frac{3u}{3u^2+1} du$
C) $\int \frac{3}{3u^2+1} du$ D) $\int \frac{3}{3u+1} du$
E) $\int \frac{3}{3u^2+1} du$

6. $\int \frac{x^2 \cdot \sqrt[3]{x^3-1}}{\sqrt[4]{x^3-1}} \cdot dx$

integralinde $\sqrt[12]{x^3-1} = u$ dönüşümü yapılırsa aşağıdaki integrallerden hangisi elde edilir?

- A) $\int u^{12} du$ B) $\int \frac{4}{u^{12}} du$
C) $3 \int u^{12} du$ D) $\frac{1}{3} \int \frac{1}{u^{12}} du$
E) $\int 4u^{12} du$

İNTEGRAL / Genel Tekrar Testi - 3

7. $\int (2x + 4) \cdot (x^2 + 5) dx$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(x^2 + 5)^2}{2} + c$ B) $\frac{(x^2 + 5)^2}{2} + 4x + c$
 C) $(x^2 + 5)^2 + 4x + c$ D) $(x^2 + 5)^2 + 20x + c$
 E) $\frac{(x^2 + 5)^2}{2} + \frac{4x^3}{3} + 20x + c$

8. $\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}} \cdot dx$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $17\sqrt[4]{x^{15}} + 12\sqrt[4]{x^{13}} + c$ B) $12x^{14} + 12x^{12} + c$
 C) $x^{14} + x^{12} + c$ D) $12(\sqrt[4]{x^{15}} + \sqrt[4]{x^{13}}) + c$
 E) $12\left(\frac{\sqrt[4]{x^{15}}}{15} + \frac{\sqrt[4]{x^{13}}}{13}\right) + c$

9. $\int \frac{(x^3 - 2x^2) \cdot (x^2 - 4)}{x^2 - 4x + 4} \cdot dx$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $x^3 + 2x^2 + c$ B) $x^4 + 2x^3 + c$
 C) $\frac{x^4}{4} + \frac{2x^3}{3} + c$ D) $\frac{x^5}{20} + \frac{x^4}{6} + c$
 E) $\frac{x^4}{4} + \frac{3}{2}x^3 + c$

10. $\int \frac{x^2}{x + 3} dx = T$

olduğuna gre $\int \frac{1}{x + 3} dx$ integralinin T trnden

eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{T - (x - 3)}{9}$ B) $\frac{T}{9}$ C) $T - \left(\frac{x^2}{2} - 3x + 5\right)$
 D) $T - (x - 3)$ E) $\frac{T - \left(\frac{x^2}{2} - 3x + c\right)}{9}$

11. $\int (x + 1)^7 \cdot (x + 2) dx$

integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{(x + 1)^9}{9} + \frac{(x + 1)^8}{8} + c$ B) $\frac{(x + 1)^8}{8} + \frac{(x + 1)^7}{7} + c$
 C) $(x + 1)^9 + (x + 1)^8 + c$ D) $9(x + 1)^8 + 8(x + 1)^7 + c$
 E) $8(x + 1)^8 + 7(x + 1)^7 + c$

12. $\int x \cdot \sqrt{x - 1} \cdot dx$

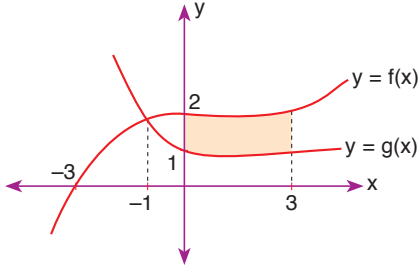
integralinin eđiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\sqrt{(x - 1)^5} + \sqrt{(x - 1)^3} + c$
 B) $\frac{2}{5}\sqrt{(x - 1)^5} + \frac{2}{3}\sqrt{(x - 1)^3} + c$
 C) $\frac{5}{2}\sqrt{(x - 1)^5} + \frac{3}{2}\sqrt{(x - 1)^3} + c$
 D) $\frac{2}{5}\sqrt{(x - 1)^3} + \frac{2}{5}\sqrt{(x - 1)^5} + c$
 E) $\frac{5}{2}\sqrt{(x - 1)^3} + \frac{3}{2}\sqrt{(x - 1)^5} + c$



İNTEGRAL / Genel Tekrar Testi - 8

1.

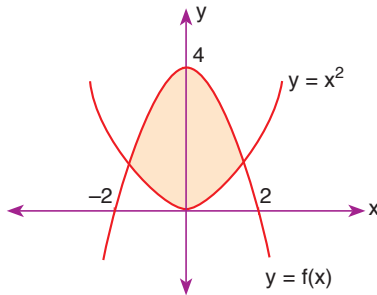


Yukarıda $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonlarının grafiği verilmiştir.

Buna göre taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\int_0^3 (g(x) - f(x)) dx$ B) $\int_0^3 (f(x) - g(x)) dx$
C) $\int_0^2 (f(x) - g(x)) dx$ D) $\int_1^2 (g(x) - f(x)) dx$
E) $\int_2^3 f(x) - g(x) dx$

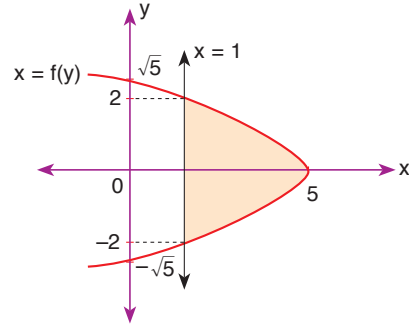
2.



Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ fonksiyonu ikinci dereceden bir fonksiyon olduğuna göre, taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\int_{-2}^2 (4 - 2x^2) dx$ B) $\int_{-2}^2 (2x^2 - 4) dx$
C) $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (4 - 2x^2) dx$ D) $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} (2x^2 - 4) dx$
E) $\int_0^4 (4 - x^2) dx$

3.

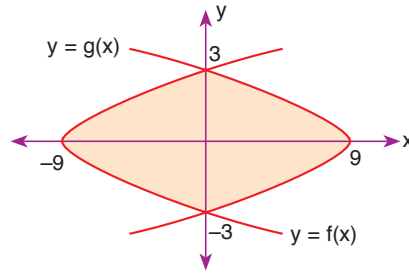


Yukarıda ikinci dereceden $x = f(y)$ fonksiyonun grafiği verilmiştir.

Buna göre taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\int_{-15}^2 f(y) - 1 dy$ B) $\int_{-2}^2 f(x) - 1 dx$
C) $\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} (f(y) - 1) dy$ D) $\int_{-2}^2 (1 - f(y)) dy$
E) $\int_{-2}^2 (f(y) - 1) dy$

4.

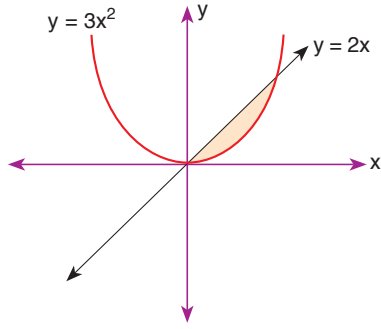


Yukarıda grafiği verilen $y = f(x)$ ve $y = g(x)$ fonksiyonları ikinci dereceden birer fonksiyon olduğuna göre, taralı bölgenin alanını veren ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\int_{-9}^9 (6 - 2x^2) dx$ B) $\int_{-3}^3 (2y^2 - 18) dy$
C) $\int_{-3}^3 (9 - y^2) dy$ D) $\int_{-3}^3 (18 - 2y^2) dy$
E) $\int_{-9}^9 (3 - x^2) dx$

İNTEGRAL / Genel Tekrar Testi - 8

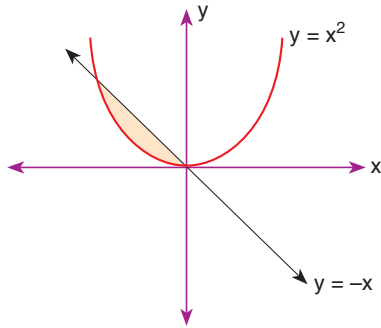
5.



Yukarıda verilen grafikteki taralı bölgenin alanı kaçtır?

- A) $\frac{4}{27}$ B) $\frac{10}{27}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{27}{4}$

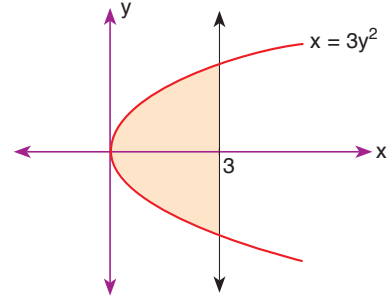
6.



Yukarıda verilen grafikteki taralı bölgenin alanı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{8}$ C) $\frac{1}{6}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

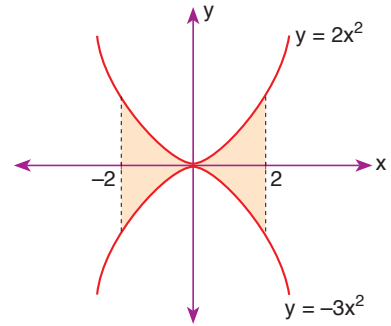
7.



Yukarıda verilen grafikteki taralı bölgenin alanı kaçtır?

- A) 0 B) 4 C) 6 D) 8 E) 12

8.



Yukarıda verilen grafikteki taralı bölgenin alanı kaçtır?

- A) $\frac{8}{3}$ B) 10 C) $\frac{40}{3}$ D) 20 E) $\frac{80}{3}$